

GUÍA N°1

Información de la guía de actividad

Asignatura: Matemática

Año de elaboración: 2020

Curso: 3º Medio

Eje (curricular)

**Objetivo(s) de aprendizaje(s) OA02 :
(curricular): (2ºMedio)**

En esta guía aprenderás la relación que existe entre las potencias de exponente fraccionario y las raíces enésimas.

- Vas a usar tu cuaderno para anotar el contenido nuevo y desarrollar algunos ejercicios.
 - Ven a mano el texto escolar y el cuaderno de ejercicios para poder practicar.
-

1. Inicio - Potencias de Exponente fraccionario positivo

Para empezar, vamos a recordar la siguiente propiedad de las potencias

$$(x^a)^b = x^{(a \cdot b)}$$

Ejemplos:

$$a. (4^3)^2 = (4 \cdot 4 \cdot 4)^2 = (4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 4) = 4^{(3 \cdot 2)} = 4^6$$

$$b. (16^{\frac{1}{2}})^3 = 16^{\frac{1}{2} \cdot 3} = 16^{\frac{3}{2}} \quad \text{¿Qué significa que 16 esté elevado a } \frac{3}{2}?$$

Recordemos que $16=4^2$, entonces $16^{\frac{3}{2}} = (4^2)^{\frac{3}{2}}$ y aplicando la misma propiedad anterior:

$$16^{\frac{3}{2}} = (4^2)^{\frac{3}{2}} = 4^{2 \cdot \frac{3}{2}} = 4^3 = 64$$

$$\text{Por lo tanto : } 16^{\frac{3}{2}} = 64$$

Una potencia de exponente fraccionario puede escribirse de otro modo, como vimos en el ejemplo b). Para ello, usaremos la siguiente propiedad:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Recordar que: n es el índice de la raíz, el cual no debe ser cero. a es la cantidad subradical y también la base de la potencia y debe ser positiva para que la raíz exista, es decir, $a > 0$.

$$\text{En nuestro ejemplo anterior : } 16^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{16^3} = \sqrt[2]{16 \cdot 16 \cdot 16} = \sqrt{4096} = 64 = 4^3$$

Ejemplos:

- Podemos ver cómo se aplica esta nueva propiedad al reemplazar las potencias fraccionarias por raíces:

$$c) (9^{\frac{1}{2}})^2 = (\sqrt{9})^2 = 9 \quad d) (7^{\frac{1}{3}})^3 = \sqrt[3]{(7^3)} = 7$$

- En estos otros ejemplos puedes ver cómo, usando las propiedades de las potencias, se puede convertir una potencia de exponente fraccionario positivo a una raíz enésima.

$$e) \quad 3^{\frac{2}{5}} = 3^{2 \cdot \frac{1}{5}} = (3^2)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$$

$$f) \quad 4^{\frac{3}{8}} = 4^{3 \cdot \frac{1}{8}} = (4^3)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{4^3}$$

2. Desarrollo - ¡A practicar!

- Expresa en forma de raíces las siguientes potencias:

$$a. \quad 8^{\frac{1}{5}} =$$

$$e. \quad 9^{\frac{3}{2}} =$$

$$b. \quad 11^{\frac{2}{7}} =$$

$$f. \quad 5^{\frac{b}{c}} =$$

$$c. \quad z^{\frac{3}{4}} =$$

$$g. \quad x^{\frac{1}{6}} =$$

$$d. \quad 6^{\frac{1}{p}} =$$

$$h. \quad 10^{\frac{n}{15}} =$$

- Ahora, escribe como una potencia de exponente fraccionario las siguientes raíces y luego, simplifica el exponente hasta dejarlo como fracción irreducible.

$$\text{Ejemplo: } \sqrt[8]{5^2} = 5^{\frac{2}{8}} = 5^{\frac{1}{4}}$$

$$a. \quad \sqrt[9]{6^3} =$$

$$e. \quad \sqrt[16]{16^8} =$$

$$b. \quad \sqrt[28]{11^7} =$$

$$f. \quad \sqrt[4]{16^8} =$$

$$c. \quad \sqrt[5]{12^4} =$$

$$g. \quad \sqrt[2]{p^{16}} =$$

$$d. \quad \sqrt[10]{8^5} =$$

$$h. \quad \sqrt[12]{q^3} =$$

3. Demuestra la siguiente propiedad de las raíces enésimas:
(Pista: convierte la primera raíz en una potencia de exponente fraccionario)

$$\sqrt[n]{x^{a \cdot n}} = \sqrt[n]{x^a}, \quad \text{con } x \geq 0 \text{ y } a, n \neq 0$$

4. Aplica la propiedad que acabas de demostrar para reducir los índices de las raíces.

Ejemplo: $\sqrt[8]{5^2} = \sqrt[4 \cdot 2]{5^{1 \cdot 2}} = \sqrt[4]{5^1} = \sqrt[4]{5}$

a. $\sqrt[15]{6^3} =$

c. $\sqrt[3p]{4^{2p}} =$

b. $\sqrt[63]{14^7} =$

d. $\sqrt[5a]{9^{10a}} =$

5. Usa las propiedades de las raíces y de las potencias, y la equivalencia entre ambas, para reducir lo más posible las siguientes expresiones. Desarrolla cada ejercicio en tu cuaderno.

a. $\sqrt[7]{a^3} \cdot \sqrt[14]{a^7} =$

d. $\sqrt[12]{125} =$

b. $\sqrt[4]{9^5} \cdot 3^{\frac{5}{2}} =$

e. $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[4]{8}} =$

c. $\sqrt{64} \cdot \sqrt[4]{8} =$

f. $\sqrt[4]{36} \cdot 8^{\frac{1}{4}} =$

**Si terminaste trabaja en la página 17 de tu cuaderno de ejercicios para hacerte experto.*

3. Cierre – Tickets de salida

Haz esta sección cuando tu profesor te indique y sin mirar la guía, para ver cuánto aprendiste 😊

1. Expresa las siguientes potencias como una raíz enésima reducida y calcula.

a. $16^{\frac{2}{8}} =$

b. $27^{\frac{a}{3a}} =$

2. Explica con tus palabras la relación que existe entre potencias y raíces enésimas.